

Оптимальное планирование долгосрочных режимов работы каскадов ГЭС в целях максимизации дохода генерирующей компании

Алексей Михеев¹, Евгений Осипчук¹, Николай Абасов¹, Вячеслав Никитин¹

¹ Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, ул. Лермонтова, 130, Иркутск, 664033, Россия

Аннотация

В статье представлен подход к согласованному планированию долгосрочных режимов работы гидроэлектростанций (ГЭС), принадлежащих целевой генерирующей компании и работающих в нескольких каскадах. Планирование оптимальных режимов осуществляется в целях максимизации ожидаемого совокупного дохода компании за расчетный период на основании среднемесячного прогноза приточности водохранилищ и динамики средних цен на оптовом рынке электрической энергии с учетом гидрологических, водохозяйственных, экологических и энергетических ограничений, а также графика плановых ремонтов основного генерирующего оборудования ГЭС. Для нахождения максимума нелинейной целевой функции при заданных ограничениях предложена и реализована комбинация методов линейного и динамического программирования, когда сначала выполняется поиск допустимого, но достаточно близкого к оптимальному решения, а потом производится его уточнение с приемлемой точностью. Предварительные оптимизационные расчеты показывают, что предлагаемый метод позволяет рационально определить оптимальные параметры управления – общие среднемесячные расходы через створы ГЭС в каскадах с учетом динамики зависимостей рыночных цен на электроэнергию от возможных совокупных объемов ее генерации в энергосистеме.

Ключевые слова

гидроэнергетика, каскад ГЭС, долгосрочное планирование, нелинейная оптимизация, двухэтапная оптимизация, динамика цен электроэнергии

1. Введение

Развитие рынка электрической энергии, как одного из действенных механизмов регулирования спроса и предложения в электроэнергетике, ставит новые вызовы и задачи перед его основными участниками, в том числе и перед генерирующими компаниями негосударственного сектора, для которых большое значение имеет финансово-экономическая эффективность. Это особенно важно для энергосистем со значительной долей ГЭС с водохранилищами многолетнего регулирования, например, таких как Объединенная энергетическая система (ОЭС) Сибири, которые позволяют делать значительные запасы электроэнергии посредством аккумуляирования водных ресурсов и, соответственно, имеют возможности для более гибкого управления ими. В связи с этим перед компаниями неизбежно встает задача обеспечения максимальной доходности от конкурентных поставок электроэнергии на оптовый рынок, но с обязательным выполнением всех многочисленных гидрологических, водохозяйственных, экологических и энергетических ограничений на работу ГЭС [1].

6th International Workshop on Information, Computation, and Control Systems for Distributed Environments (ICCS-DE 2024), July 01–05, 2024, Irkutsk, Russia

EMAIL: avmiheev@gmail.com (A. 1); eugene.os@mail.ru (A. 2); abasov_nv@rambler.ru (A. 3); nikitin1310@mail.ru (A.4)

ORCID: 0000-0003-4219-8812 (A. 1)



© 2024 Copyright for this paper by its authors. Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

ICCS-DE 2024 Workshop Proceedings

DOI: 10.47350/ICCS-DE.2024.19

Проблема эффективного долгосрочного управления каскадами ГЭС остается актуальной в мировой повестке и представляет предмет интереса в странах с развитой гидрогенерацией - таких как Китай, США, Бразилия и Россия, во-первых, в связи с ее комплексностью влияющих на гидроэнергетику природообусловленных и социально-экономических факторов, во-вторых, в связи с продолжающимися вводами новых больших ГЭС и формированием новых гидроэнергетических каскадов, имеющих значительное влияние на работу национальных энергосистем. Большинство работ рассматривают преимущественно оптимизацию технико-экономической эффективности каскадов ГЭС, которая выражается в максимизации произведенной электроэнергии при прогнозируемых на определенном горизонте времени водных запасах [2, 3].

Для решения подобных задач часто используется метод динамического программирования [4-6] в том числе его модификации [7]. Применяется аппарат математического (линейного и нелинейного) программирования [8-9]. В последнее время предприняты попытки использовать аппарат нейронных сетей с глубоким обучением [10-11]. Авторами [12] разработан нелинейный метод долгосрочного оптимального управления каскадными гидроэлектростанциями с заданными типами кривых цен на электроэнергию. Нелинейность используемой расчетной модели каскада ГЭС авторы сводят методом полиномиальную аппроксимацию к разрешимой модели смешанного целочисленного линейного программирования. Однако, максимизация дохода отдельной генерирующей компании не рассматривается.

2. Математическое моделирование долгосрочных режимов работы каскадов ГЭС с учетом прогноза приточности, цен на оптовом рынке электроэнергии

В данной работе используется гидрологическая модель, описанная в работе [13], где изменение объема или скорость сработки/наполнения водохранилища ГЭС за интервал времени τ определяется уравнением (см. рис. 1)

$$\frac{\Delta V_i(t)}{\tau} = P_i(t) - Q_i(t) + Q_{i-1}(t), i = 1, \dots, N_m. \quad (1)$$

где i – номер конкретной ГЭС по течению реки в каскаде; N_m – количество ГЭС в каскаде m ; $V_i(t)$ – объем водохранилища в момент времени t , км³; $P_i(t)$ – полный или боковой приток воды в водохранилище, м³/с; $Q_i(t)$ – расход через створ ГЭС, м³/с; $Q_{i-1}(t)$ – расход через створ вышележащей ГЭС в каскаде, м³/с и, очевидно, $Q_0(t) = 0$.

Будем считать, что каскады ГЭС работают независимо друг от друга. Тогда параметры всех ГЭС во всех каскадах количеством M можно представить в виде векторов совокупной длиной $N = \sum_{m=1}^M N_m$, индекс $i = 1, \dots, N$ далее по тексту – это уникальный номер ГЭС. Номера ГЭС упорядочены по номеру каскада и расположению ГЭС по течению реки.

Для заданного периода времени $[t_0, t_T]$, разбитого на конечные интервалы продолжительностью $\tau_k = [t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, \dots, T$, где t_0 – начальный период, T – количество

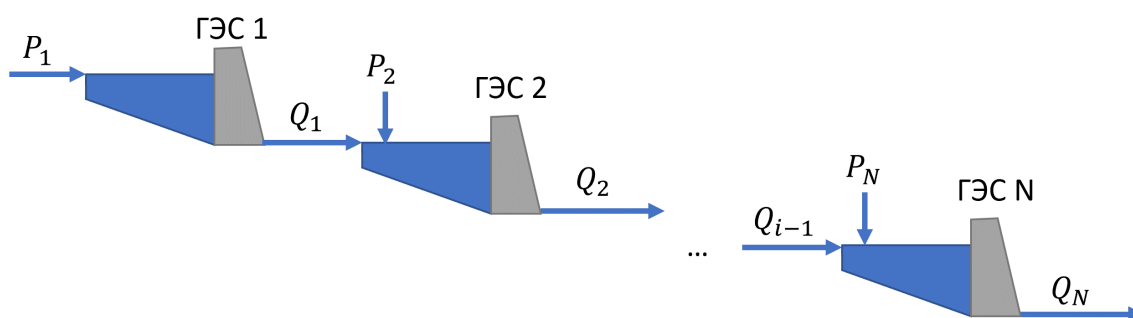


Рисунок 1: Гидрологическая модель каскада ГЭС.

интервалов, необходимо найти такие оптимальные расходы через ГЭС $Q_i(\tau_k)$, $i = 1, \dots, N$, которые удовлетворяют всем водохозяйственным, энергетическим, техническим ограничениям (включая характеристики ГЭС и для каждого установленного на ней гидроагрегата) на каждом интервале времени τ_k , позволяющие достигнуть максимальный совокупный доход при продаже выработанной электроэнергии на ГЭС, принадлежащих целевой компании при заданных (определенных) параметрах:

- $P_i(\tau_k) = P_{k,i}$ – прогнозных притоках воды в водохранилища ГЭС, $\text{м}^3/\text{с}$;
- $Z_i(t_0) = Z_{0,i}$ – уровнях водохранилищ на начальный момент времени, м ;
- $Z_i(t_T) \geq Z_{T,i}$ – уровнях водохранилищ на конечный момент времени, м ;
- $c(\tau_k, E(\tau_k)) = c_k(\hat{E}_k)$ – цена электрической энергии на оптовом рынке, которая зависит также от суммарной выработанной электроэнергии $\hat{E}_k$ всех ГЭС и других станциях в рассматриваемой энергосистеме за период τ_k , $\text{руб.} / \text{кВт} \cdot \text{ч}$;
- $\tilde{E}_k$ – объем выработанной электроэнергии, $\text{кВт} \cdot \text{ч}$.

Здесь и далее для удобства восприятия нижний индекс k будет означать значение параметра в периоде τ_k .

Объем водохранилища ГЭС $V_i(t)$ на определенный момент времени t связан с уровнем водохранилища $Z_i(t)$ через эмпирическую зависимость и вычисляется через интерполяцию табличных данных.

Зависимость цены от суммарной выработки электроэнергии на оптовом рынке для каждого периода τ_k описывается линейно-кусочной функцией, пример которой приведен на рисунке 2. В данной работе предполагается, что такая линейно-кусочная функция определена на положительном множестве чисел, неотрицательна, непрерывна и не возрастает на всем множестве значений выработки электроэнергии (выработка тоже всегда больше нуля), т.е.

$$\begin{aligned} c_k(\hat{E}_k) &\geq 0 \text{ для } 0 \leq E_k^{\min} \leq \hat{E}_k \leq E_k^{\max}, \\ c_k(\hat{E}_k^1) &\geq c_k(\hat{E}_k^2) \text{ для любых } \hat{E}_k^1 \leq \hat{E}_k^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Выработка электроэнергии для расчета цены на оптовом рынке за k -й период времени – это сумма выработки по всем ГЭС и остальной генерацией $\tilde{E}_k$ (например, совокупная выработка на ТЭЦ), которая исходно задается:

$$\hat{E}_k = \sum_{i=1}^N E_{k,i} + \tilde{E}_k.$$

Выработка электроэнергии i -й ГЭС в каскаде определяется формулой

$$E_{k,i} = 9,81 \cdot \eta_{k,i} \cdot q_{k,i} \cdot h_{k,i} \cdot \tau_k, \quad (3)$$

где $\eta_{k,i}$, $q_{k,i}$, $h_{k,i}$ – соответственно средние показатели КПД, суммарный расход через гидроагрегаты ГЭС, напор нетто ГЭС на указанном интервале времени. Расчет выработки электроэнергии за k -й период времени τ_k производится в следующем порядке:

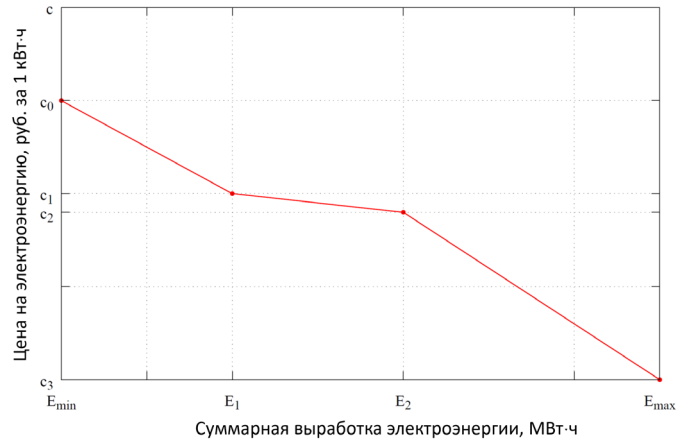


Рисунок 2: Пример зависимости цены электроэнергии от объема выработки в виде кусочно-линейной функции, которая задается для каждого периода k .

1. Рассчитывается средний напор нетто на основе разности значений средних уровней водохранилища $Z_i(t)$ и уровня нижнего бьефа $z_i(t)$ с использованием поправочных эмпирических коэффициентов α_i, β_i .

$$h_{k,i} = \left(\frac{(Z_{k,i} + Z_{k-1,i})}{2} - \frac{(z_{k,i} + z_{k-1,i})}{2} \right) \cdot \alpha_i + \beta_i.$$

2. Затем на основании вычисленного напора нетто рассчитываются расходы $Q_{k,i,j}$ через общее количество гидроагрегатов ГЭС равное GA_i таким образом, чтобы обеспечить максимальный КПД ГЭС, который равен среднему взвешенному КПД всех задействованных гидроагрегатов. КПД гидроагрегата определяется на основе проектных эксплуатационных характеристик гидроагрегата и в общем виде вычисляется через интерполяцию заданной двумерной нелинейной функции полиномиального вида, зависящей от расхода воды через гидроагрегат и напора нетто ГЭС. При этом необходимо также учитывать, что некоторые гидроагрегаты могут находиться в ремонте в расчетном периоде τ_k какое-то количество дней в соответствии с заданным планом-графиком ремонтов основного оборудования ГЭС. Т.е. необходимо решить задачу на максимум среднего КПД ГЭС

$$\max_{q_{k,i,j}} \eta_{k,i} = \max_{q_{k,i,j}} \sum_{j=1}^{GA_i} \eta_{k,i}(h_{k,i}, q_{k,i,j} \cdot r_{k,i,j}) \cdot q_{k,i,j} / q_{k,i} \quad (4)$$

при

$$\begin{aligned} 0 &\leq q_{k,i,j} \cdot r_{k,i,j} \leq q_{i,j}^{max} \cdot r_{k,i,j}, \\ q_{k,i} &= \sum_{j=1}^{GA_i} q_{k,i,j} \leq q_{i,j}^{max} \leq Q_{k,i}, \end{aligned}$$

где j – индекс гидроагрегата ГЭС; $r_{k,i,j}$ – коэффициент использования гидроагрегата в периоде τ_k от 0 до 1 в соответствии с исходно заданным планом-графиком ремонтов; причем

$$Q_{k,i} = q_{k,i} + s_{k,i}, \quad 0 \leq q_{k,i} \leq q_{k,i}^{max}, \quad (5)$$

где $s_{k,i}$ – холостой расход i -й ГЭС в периоде k , $q_{k,i}^{max}$ – максимально возможный расход через гидроагрегаты ГЭС.

Тогда выработка ГЭС при найденных в ходе решения задачи (4) КПД $\hat{\eta}_{k,i,j}$ и расходах гидроагрегатов $\hat{q}_{k,i,j}$ равна

$$E_{k,i} = 9,81 \cdot h_{k,i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \hat{\eta}_{k,i,j} \cdot \hat{q}_{k,i,j} \cdot \tau_k. \quad (6)$$

Целевая функция в задаче максимизации дохода генерирующей компании, которой принадлежат только часть ГЭС из рассматриваемых каскадов может быть выражена как

$$\max_{Q_{i,k}} \sum_{k=1}^T \sum_{i \in I^*} E_{k,i} \cdot c_k(\hat{E}_k), \quad (7)$$

где оптимизируемые переменные - управляющие воздействия по всем периодам и всем ГЭС целевой компании (I^* - множество индексов таких ГЭС). Максимизация дохода выполняется при следующих основных условиях:

$$\text{на общие средние расходы ГЭС} \quad 0 \leq \underline{Q}_{k,i} \leq Q_{k,i} \leq \bar{Q}_{k,i}, \quad (8)$$

$$\text{на уровень водохранилища} \quad 0 \leq \underline{Z}_{k,i} \leq Z_{k,i} \leq \bar{Z}_{k,i}, \quad (9)$$

$$\text{на холостой расход} \quad 0 \leq s_{k,i} \leq \bar{s}_{k,i}, \quad (10)$$

$$\text{на изменение уровня водохранилища} \quad \underline{\Delta Z}_{k,i} \leq Z_{k,i} - Z_{k-1,i} \leq \bar{\Delta Z}_{k,i}, \quad (11)$$

$$\text{на изменение средних расходов ГЭС} \quad \underline{\Delta Q}_{k,i} \leq Q_{k,i} - Q_{k-1,i} \leq \bar{\Delta Q}_{k,i}, \quad (12)$$

а также при дополнительных ограничениях на диапазоны изменения уровня нижнего бьефа и напора нетто ГЭС.

3. Поиск оптимальных режимов работы каскадов ГЭС для обеспечения максимального дохода компании

Исходя из модели, описанной в главе 2, задача (7) – (14) – это задача нелинейной оптимизации вектора расходов ГЭС с набором ограничений на ключевые параметры режимов работы: общий расход, уровень водохранилища, уровень нижнего бьефа, напор нетто, холостой расход, изменение уровня, изменение расхода. В данной работе предложен подход, основанный на последовательном решении задач линейного программирования. Для этого, на основании анализа свойств модели и входящих в нее зависимостей, а также на базе реальной практики управления режимами ГЭС, введем следующее положение: поскольку выработка электроэнергии на ГЭС напрямую зависит от расхода воды через гидроагрегаты и напора нетто, то с увеличением расхода через гидроагрегаты ГЭС растет объем выработанной станцией электрической энергии (до появления холостых сбросов). Тогда процесс поиска режимов работы для решения оптимизационной задачи (7) может быть упрощен и выполнен в несколько этапов.

В качестве оптимизируемых переменных будем рассматривать компоненты вектора расходов $x = [q_{1,1}, q_{2,1}, \dots, q_{T,N}, s_{1,1}, s_{2,1}, \dots, s_{T,N}]$ из соотношения (5): расходы через гидроагрегаты и холостые расходы (сбросы) ГЭС. Тогда длина вектора x равна $(2 \cdot N \cdot T)$.

Этап 1. Поиск допустимого начального приближения.

Пусть задана начальная точка x_0 равная верхнему ограничению (8) на общие расходы ГЭС $x_0 = \bar{Q}$, которая в общем случае является недопустимой.

Тогда поиск допустимого начального приближения x_1 выполняется через решение задачи линейного программирования

$$\max_x \sum_{k=1}^T \sum_{i=1}^N q_{k,i} \cdot e_{k,i}(x_0) \quad (13)$$

где $e_{k,i} = E_{k,i} / (q_{k,i} \cdot \tau_k)$ — это удельная выработка электроэнергии ГЭС на объем сработанного водного ресурса водохранилища, используется как дополнительный весовой коэффициент. В данной постановке задачи будем использовать основные ограничения (8) - (12). Ограничение на уровень водохранилища (9) можно переписать через уравнение водного баланса в виде ограничения на объем водохранилища в начале и в конце интервал времени τ_k :

$$\underline{V}_{k,i} \leq V_{k,i} = V_{k-1,i} + (P_{k,i} - Q_{k,i} + Q_{k,i-1}) \cdot \tau_k \leq \bar{V}_{k,i}, \quad (14)$$

так как уровень и объем водохранилища связаны через эмпирическую монотонную зависимость $V_{k,i} = v(Z_{k,i})$, $k = 0, \dots, T$.

В ходе решения задачи (13) с ограничениями (8) - (12), (14) получаем допустимую точку x_1 , которая задает режимы работы ГЭС в каскадах, которые обеспечивают максимум выработки электрической энергии за заданный период.

Этап 2. Поиск оптимального решения методом градиентного спуска.

Начиная с найденной на предыдущем этапе допустимой точки x_1 , итеративно уточняем полученное решение

$$x_{n+1} = x_n + \lambda \cdot \nabla f(x_n). \quad (15)$$

Величина шага λ по направлению градиента целевой функции f (функция дохода генерирующей компании), определяется с помощью решения следующей задачи линейного программирования:

$$\max_{Q_{k,i}} \sum_{k=1}^T \sum_{i=1}^N |Q_{k,i} - Q_{k,i}^{x_n}| \cdot \frac{\nabla f(x_n)}{\|\nabla f(x_n)\|}, |Q_{k,i} - Q_{k,i}^{x_n}| < \varepsilon. \quad (16)$$

где $Q_{k,i}^{x_n}$ — общие расходы через створ ГЭС, полученные на предыдущей итерации; при этом используются те же ограничения и зависимости балансовых уравнений (8) - (12), (14); поиск новых расходов $Q_{k,i}$ производится в окрестности текущей точки $[x_n \pm \varepsilon]$, где ε — некоторая заданная точность расчета среднемесячных расходов ГЭС.

Полученное с помощью метода градиентного спуска на этапе 2 решение x^* может быть дополнительно улучшено в его окрестности ε перебором каскадных возмущений общих расходов через ГЭС.

4. Реализация и предварительные результаты

Для решения задач линейного программирования (13) и (16) использован свободно доступный математический пакет OR-Tools (набор решений Google с открытым исходным кодом и интерфейсом расширений) с использованием GLOP-алгоритма на основе симплекс-метода [14]. Общая схема решения задач по оптимальному планированию режимов состоит из 4 этапов:

1. Экспресс-оценка непротиворечивости заданных режимных ограничений (8) – (12) и подтверждение существования области допустимых значений.
2. Поиск начальной точки внутри допустимой области через решение задачи линейного программирования (13) – (14).
3. Если допустимая точка найдена, то ищем максимум функции дохода генерирующей компании градиентным методом (15) – (16).
4. Проверка возможности покоординатного улучшения полученного решения на этапе 3 перебором каскадных возмущений в окрестности точки решения.

Описанный в предыдущем разделе двухэтапный алгоритм реализован в составе программно-вычислительного комплекса с подсистемой задания необходимых исходных данных и визуализацией результатов полученного решения. Проведена апробация расчетной модели и оптимизационного алгоритма на примере статистически усредненных данных Ангаро-Енисейского каскада ГЭС. Ангарский каскад состоит из 4 ГЭС: Иркутская, Братская, Усть-Илимская, Богучанская, три первых из которых принадлежат целевой генерирующей компании. Енисейский каскад состоит из 3 ГЭС: Саяно-Шушенская, Майнская, а также Красноярская, которая также принадлежит целевой генерирующей компании. Рассматривался период $T = 13$ месяцев. Заданы произвольные линейно-кусочные функции цен на электроэнергию по 4 основным сезонам вида как на рис. 2. Результаты оптимизационных расчетов показывают возможность повышения финансово-экономической эффективности генерирующей компании на 5% по сравнению с управлением режимами на основе средних фактических данных.

5. Заключение

В работе описана математическая модель режимов работы ГЭС в каскаде, содержащего ГЭС генерирующей компании, которой необходимо получить максимальную прибыль при генерации электроэнергии на ГЭС с учетом цен на оптовом рынке. Модель позволяет осуществлять расчет дохода генерирующей компании на основе прогнозных ценовых кривых. Сделана математическая постановка задачи максимизации дохода генерирующей компании на прогнозный период. Предложен алгоритм поиска оптимальных режимов работы ГЭС для решения задачи максимизации дохода генерирующей компании. Разработан прикладной программный продукт, реализующий вышеуказанную расчетную модель и алгоритм оптимизации.

6. Список литературы

- [1] В. В. Колмогоров, Л. Е. Халяпин, Иркутская ГЭС и Ангаро-Енисейский каскад ГЭС в энергетике Сибири. Пути повышения эффективности, *ECO*, т. 52, вып. 8, сс. 44–53, июль. 2022, doi: [10.30680/ECO0131-7652-2022-8-44-53](https://doi.org/10.30680/ECO0131-7652-2022-8-44-53).
- [2] He, Z., Zhou, J., Xie, M., Jia, B., Qin, H., Zhang, H., Study on guaranteed output constraints in the long term joint optimal scheduling for the hydropower station group, *Energy*. (2019) doi:[10.1016/j.energy.2019.07.066](https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.07.066)

- [3] S. Zhang, M. Zhou, and T. Hu, An optimization model for joint power generation dispatching of the cascade hydropower stations on the lower reaches of Jinsha river and the Yangtze river, in *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publishing Ltd, Mar. 2021. doi: [10.1088/1755-1315/676/1/012122](https://doi.org/10.1088/1755-1315/676/1/012122).
- [4] J. Chen, Long-Term Joint Operation of Cascade Reservoirs Using Enhanced Progressive Optimality Algorithm and Dynamic Programming Hybrid Approach, *Water Resources Management*, vol. 35, no. 7, pp. 2265–2279, May 2021, doi: [10.1007/s11269-021-02846-y](https://doi.org/10.1007/s11269-021-02846-y).
- [5] C. Ji, Z. Jiang, P. Sun, Y. Zhang, and L. Wang, Research and Application of Multidimensional Dynamic Programming in Cascade Reservoirs Based on Multilayer Nested Structure, 2014, doi: [10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452).
- [6] Feng, Zhong-kai, Wen-jing Niu, and Chun-tian Cheng, Optimizing Electrical Power Production of Hydropower System by Uniform Progressive Optimality Algorithm Based on Two-Stage Search Mechanism and Uniform Design, *Journal of Cleaner Production*, vol. 190, (2018): 432–42. doi: [10.1016/j.jclepro.2018.04.134](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.04.134).
- [7] T. Zhao and J. Zhao, Improved multiple-objective dynamic programming model for reservoir operation optimization, *Journal of Hydroinformatics*, vol. 16, no. 5, pp. 1142–1157, 2014, doi: [10.2166/hydro.2014.004](https://doi.org/10.2166/hydro.2014.004).
- [8] Shen, Jianjian, Xiufei Zhang, Jian Wang, Rui Cao, Sen Wang, and Jun Zhang, Optimal Operation of Interprovincial Hydropower System Including Xiluodu and Local Plants in Multiple Recipient Regions, *Energies*, vol. 12, no. 1 (2019): 144. doi: [10.3390/en12010144](https://doi.org/10.3390/en12010144).
- [9] Wang, J., Cheng, C., Shen, J., Cao, R., & Yeh, W. W.-G., Optimization of Large-Scale Daily Hydrothermal System Operations With Multiple Objectives, *Water Resources Research*, 54(4), 2834–2850. (2018) doi:[10.1002/2017wr021291](https://doi.org/10.1002/2017wr021291)
- [10] X. Ma, H. Hu, and Y. Ren, “A hybrid deep learning model based on feature capture of water level influencing factors and prediction error correction for water level prediction of cascade hydropower stations under multiple time scales,” *Journal of Hydrology*, vol. 617, Feb. 2023, doi: [10.1016/j.jhydrol.2022.129044](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.129044).
- [11] Бердников В.М., Абасов Н.В., Осипчук Е.Н. Применение нейросетевых методов для формирования долгосрочных режимов ГЭС, Сборник тезисов IV Международной конференции “Системные исследования Системные исследования в энергетике 2023”. 2023. С.68-69.
- [12] J. J. Shen, H. Zhong, X. Cheng, A Nonlinear Method for Long-term Optimal Operations for Cascade Hydropower Plants with Electricity-Price Curves, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Institute of Physics Publishing, June 2020. doi: [10.1088/1755-1315/495/1/012023](https://doi.org/10.1088/1755-1315/495/1/012023).
- [13] Abasov N.V., Nikitin V.M., Osipchuk E.N. System Of Models To Study Long-Term Operation Of Hydropower Plants In The Angara Cascade, *Energy Systems Research*, Vol. 2, No.2, 2019. P.5-18. doi: [10.25729/esr.2019.02.0001](https://doi.org/10.25729/esr.2019.02.0001)
- [14] L. Perron, F. Didier, и S. Gay, The CP-SAT-LP Solver, in: *29th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP 2023)*, eds. R.H.C.Yap, Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs), vol. 280, Dagstuhl, Germany: Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, 2023, pp. 3:1-3:2. doi: [10.4230/LIPIcs.CP.2023.3](https://doi.org/10.4230/LIPIcs.CP.2023.3)